PART2　順列の利用

例題

(1)　6個の数字1，2，3，4，5，6から異なる4個を選んで4桁の整数を作るとき，奇数は何個できるか。

(2)　男子4人，女子2人が1列に並ぶとき，次の問いに答えよ。

　(i)　両端が女子である並び方は何通りあるか。

　(ii)　女子2人が隣り合う並び方は何通りあるか。

　(iii)　女子が隣り合わない並び方は何通りあるか。

Point Pickup

練習

(1)　6個の数字0，1，2，3，4，5から異なる3個を選んで3桁の整数を作るとき，次の整数は何個できるか。

(i)　3桁の整数　　　　(ii)　3桁の奇数

(2)　男子3人，女子4人が1列に並ぶとき，次の問いに答えよ。

(i)　両端が男子である並び方は何通りあるか。

(ii)　男子3人が隣り合う並び方は何通りあるか。

(iii)　男子が隣り合わない並び方は何通りあるか。

第 2 講　PART2　確認問題

1 5 個の数字 0，1，2，3，4 から異なる 4 個を選んで作る 4 桁の整数は [アイ] 個できる。

2 5 個の数字 0，1，2，3，4 から異なる 4 個を選んで 4 桁の整数を作るとき，4 桁の奇数は [ウエ] 個できる。

3 男子 4 人，女子 4 人が 1 列に並ぶとき，両端が男子である並び方は [オカキク] 通りある。

4 男子 4 人，女子 4 人が 1 列に並ぶとき，男子 4 人が隣り合う並び方は [ケコサシ] 通りある。

5 男子 4 人，女子 4 人が 1 列に並ぶとき，男子が隣り合わない並び方は [スセソタ] 通りある。

PART2　順列の利用

例題

(1)　6 個の数字 1，2，3，4，5，6 から異なる 4 個を選んで 4 桁の整数を作るとき，奇数は何個できるか。

(2)　男子 4 人，女子 2 人が 1 列に並ぶとき，次の問いに答えよ。

(i)　両端が女子である並び方は何通りあるか。

(ii)　女子 2 人が隣り合う並び方は何通りあるか。

(iii)　女子が隣り合わない並び方は何通りあるか。

(1)　ある整数が奇数であるとき，その一の位が奇数である。

よって，一の位は 1，3，5 の 3 通り

そのいずれの場合についても，千, 百, 十の位の選び方は，残り 5 個の数字から 3 個取って 1 列に並べる順列の総数に等しく ${}_5P_3$ 通り

よって，求める個数は，積の法則により

$$3\times{}_5P_3=3\times5\cdot4\cdot3=180\ (\text{個})$$

(2)(i)　両端の女子の並び方は 2! 通り

そのいずれの場合についても，残り 4 人の並び方は 4! (通り)

よって，並び方の総数は

$$2!\times4!=2\cdot1\times4\cdot3\cdot2\cdot1=48\ (\text{通り})$$

(ii)　隣り合う女子を 1 人とみなすと，並び方の総数は 5 人が並ぶ順列の総数に等しく，5! 通り

そのいずれの場合についても，女子 2 人の並び方は 2! 通り

よって，並び方の総数は

$$5!\times2!=5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1\times2\cdot1=240\ (\text{通り})$$

(iii)　男子 4 人の並び方の総数は 4! 通り

その並び方のそれぞれについて，男子 4 人の間または両端の 5 箇所から 2 箇所を選んで女子 1 人ずつ 2 人を並べる方法は ${}_5P_2$ 通り

よって，並び方の総数は

$$4!\times{}_5P_2=4\cdot3\cdot2\cdot1\times5\cdot4=480\ (\text{通り})$$

練習

(1) 6 個の数字 0，1，2，3，4，5 から異なる 3 個を選んで 3 桁の整数を作るとき，次の整数は何個できるか。

(i) 3 桁の整数　　(ii) 3 桁の奇数

(2) 男子 3 人，女子 4 人が 1 列に並ぶとき，次の問いに答えよ。

(i) 両端が男子である並び方は何通りあるか。

(ii) 男子 3 人が隣り合う並び方は何通りあるか。

(iii) 男子が隣り合わない並び方は何通りあるか。

(1)(i) 百の位は 0 以外の 1 ～ 5 の数字のいずれかであるから，その選び方は 5 通り

そのいずれの場合についても，十, 一の位の選び方は，残り 5 個の数字から 2 個取って

1 列に並べる順列の総数に等しく ${}_5P_2$ 通り

よって，求める個数は，積の法則により

$$5 \times {}_5P_2 = 5 \times 5 \cdot 4 = 100\ (\text{個})$$

(ii) 一の位は，1，3，5 の 3 通り

そのいずれの場合についても

百の位の選び方は，0 と一の位の数以外の 4 通り

十の位の選び方は，百の位と一の位の数以外の 4 通り

である。よって，求める個数は，積の法則により

$$3 \times 4 \times 4 = 48\ (\text{個})$$

(2)(i) 両端の男子の並び方は ${}_3P_2$ 通り

そのいずれの場合についても，残り 5 人の並び方は 5! 通り

よって，並び方の総数は

$${}_3P_2 \times 5! = 3 \cdot 2 \times 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720\ (\text{通り})$$

(ii) 隣り合う男子を 1 人とみなすと，並び方の総数は 5 人が並ぶ順列の総数に等しく，5! 通り

そのいずれの場合についても，男子 3 人の並び方は 3! 通り

よって，並び方の総数は

$$5! \times 3! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \times 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720\ (\text{通り})$$

(iii) 女子 4 人の並び方の総数は 4! 通り

その並び方のそれぞれについて，女子 4 人の間または両端の 5 箇所から 3 箇所を選んで男子 1 人ずつ 3 人を並べる方法は ${}_5P_3$ 通り

よって，並び方の総数は

$$4! \times {}_5P_3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \times 5 \cdot 4 \cdot 3 = 1440\ (\text{通り})$$

第 2 講　PART2　確認問題 解答

1

[正解] アイ：96

[解説]

千の位は 0 以外の 1 ～ 4 の数字のいずれかであるから，その選び方は 4 通り [A]

そのいずれの場合についても，百，十，一の位の選び方は，残り 4 個の数字から 3 個取って 1 列に並べる順列の総数に等しく　${}_4P_3$ 通り

よって，求める個数は，積の法則により

$$4\times{}_4P_3 = 4\times4\cdot3\cdot2 = \mathbf{96}\ (\text{個})$$

[A]　ある特定の場所に条件がある場合の順列は，その場所の条件から先に処理を行う。

2

[正解] ウエ：36

[解説]

ある整数が奇数であるとき，その一の位は奇数である。

よって，一の位は 1，3 の 2 通り [B]

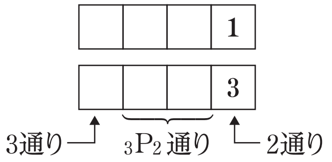
そのいずれの場合についても，

千の位の選び方は，0 と一の位の数以外の 3 通り

百，十の位の選び方は，残り 3 個の数字から 2 個取って 1 列に並べる順列の総数に等しく　${}_3P_2 = 6$ (通り)

よって，求める個数は，積の法則により

$$2\times3\times6 = \mathbf{36}\ (\text{個})$$



[B]　ある特定の場所に条件がある場合の順列は，その場所の条件から先に処理を行う。

3 [正解] オカキク：8640

[解説]

男子 4 人のうち，両端の男子の並び方は　$_4P_2$ 通り

[C]

そのいずれの場合についても，残り 6 人の並び方は $6!$ 通り

よって，並び方の総数は

$$_4P_2 \times 6! = 12 \times 720 = \mathbf{8640}\text{(通り)}$$

[C]　ある特定の場所に条件がある場合の順列は，その場所の条件から先に考える。
ここでは，制限のある両端の並び方から考える。

4 [正解] ケコサシ：2880

[解説]

隣り合う男子を 1 人とみなすと，並び方の総数は 5 人が並ぶ順列の総数に等しく　$5!$ 通り [D]

そのいずれの場合についても，男子 4 人の並び方は $4!$ 通り

よって，並び方の総数は

$$5! \times 4! = 5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 \times 4\cdot3\cdot2\cdot1$$
$$= 120 \times 24 = \mathbf{2880}\text{(通り)}$$

[D]　隣り合うものが条件にある場合は，隣り合うものは 1 組のものとして扱った上で，全体の順列を考え，次に隣り合うもの同士の順列を考える。

5 [正解] スセソタ：2880

[解説]

女子 4 人の並び方の総数は　$4!$ 通り [E]

その並び方のそれぞれについて，女子 4 人の間または両端の 5 箇所から 4 箇所を選んで男子 1 人ずつ 4 人を並べる方法は　$_5P_4$ 通り

よって，並び方の総数は

$$4! \times {}_5P_4 = 4\cdot3\cdot2\cdot1 \times 5\cdot4\cdot3\cdot2$$
$$= 24 \times 120 = \mathbf{2880}\text{(通り)}$$

[E]　隣り合わないものが条件にある場合は，それ以外のものの順列を先に考え，その後に間または両端から隣り合わないものを入れる場所を選んで並べる順列を考える。